ANALYSE

Leçon :

Etude de Fonctions Polynomiales

Ce domaine vise essentiellement la résolution de problèmes de la vie courante et professionnelle. Les situations choisies doivent permettre d'approcher les grands débats de société, autour du développement durable par exemple, et répondre à des problématiques parfaitement identifiées. Il est important également d'adapter les supports en fonction des métiers prépares afin de donner du sens aux notions abordées.
Les outils de calcul formel peuvent aider à résoudre des problèmes réels qui se traduisent par des équations plus complexes. L'étude des fonctions et des suites numériques est facilitée par l'utilisation des tableurs – grapheurs.
Les objectifs principaux de ce domaine sont :

-traduire en langage mathématique et résoudre des problèmes conduisant a une équation du second degré ;

-introduire les suites numériques ;

-introduire la fonction dérivée d'une fonction dérivable ;

-construire et exploiter des représentations graphiques ;

-introduire la notion de calcul intégral et de primitives dans le cadre du programme complémentaire.
L'utilisation de la calculatrice et de l'outil informatique pour alléger les difficultés liées aux calculs algébriques, pour résoudre des équations du second degré et pour construire ou interpréter des courbes est une obligation de formation.

Programme de Terminale Professionnelle

2.2 Fonction dérivée et étude des variations d'une fonction *(groupements* A, B *et* C*)*

L'objectif de ce module est d'étudier les variations de fonctions dérivables afin de résoudre des problèmes issus des sciences, du domaine professionnel ou de la vie courante. L'utilisation des TIC est nécessaire.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Utiliser les formules et les règles de dérivation pour déterminer la dérivée d'une fonction.	Fonction dérivée d'une fonction dérivable sur un intervalle *I*. Fonctions dérivées des fonctions de référence $x \mapsto ax+b$ (a et b réels), $x \mapsto x^2$, $x \mapsto \frac{1}{x}$, $x \mapsto \sqrt{x}$ et $x \mapsto x^3$. Notation $f'(x)$. Dérivée du produit d'une fonction par une constante, de la somme de deux fonctions.	Étant donnée une fonction f dérivable sur un intervalle *I*, la fonction qui à tout nombre x de *I* associe le nombre dérivé de la fonction f en x est appelée fonction dérivée de la fonction f sur I et est notée f'. Dans les énoncés de problèmes ou d'exercices, les formules, admises, sont à choisir dans un formulaire spécifique donné en annexe. Appliquer ces formules à des exemples ne nécessitant aucune virtuosité de calcul. Les formules sont progressivement mises en œuvre pour déterminer les dérivées de fonctions polynômes de degré inférieur ou égal à 3.
Étudier, sur un intervalle donné, les variations d'une fonction à partir du calcul et de l'étude du signe de sa dérivée. Dresser son tableau de variation. Déterminer un extremum d'une fonction sur un intervalle donné à partir de son sens de variation.	Théorème liant, sur un intervalle, le signe de la dérivée d'une fonction au sens de variation de cette fonction.	Les théorèmes liant le sens de variation d'une fonction et le signe de sa dérivée sont admis. Le tableau de variation est un outil d'analyse, de réflexion voire de preuve. Constater, à l'aide de la fonction cube, que le seul fait que sa dérivée s'annule ne suffit pas pour conclure qu'une fonction possède un extremum.

Programme de Première Professionnelle

2.3 Du premier au second degré *(groupements* A, B *et* C*)*

L'objectif de ce module est d'étudier et d'exploiter des fonctions du second degré et de résoudre des équations du second degré pour traiter certains problèmes issus de la géométrie, d'autres disciplines, de la vie courante ou professionnelle.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Utiliser les TIC pour compléter un tableau de valeurs, représenter graphiquement, estimer le maximum ou le minimum d'une fonction polynôme du second degré et conjecturer son sens de variation sur un intervalle.	Expression algébrique, nature et allure de la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$ (a réel non nul, b et c réels) en fonction du signe de a.	
Résoudre algébriquement et graphiquement, avec ou sans TIC, une équation du second degré à une inconnue à coefficients numériques fixés. Déterminer le signe du polynôme $ax^2 + bx + c$ (a réel non nul, b et c réels).	Résolution d'une équation du second degré à une inconnue à coefficients numériques fixés.	Dans les énoncés de problèmes ou d'exercices, les formules sont à choisir dans un formulaire spécifique donné en annexe. Former les élèves à la pratique d'une démarche de résolution de problèmes. La résolution de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ et la connaissance de l'allure de la courbe d'équation $y = ax^2 + bx + c$ permettent de conclure sur le signe du polynôme.

Activité 1 :

Le résultat R d'une entreprise dépend du nombre d'articles vendus n, où n est un entier.

Pour une vente inférieure à 50 articles le résultat s'exprime, en euros, par la relation :

$$R(n) = -n^3 + 76n^2 - 1250n - 200$$

Objectif :

Etudier la fonction $f(x) = -x^3 + 76x^2 - 1250x - 200$ sur l'intervalle [0 ; 50] afin de répondre aux deux questions suivantes :

a) A partir de combien d'articles vendus la vente devient rentable, c'est-à-dire à partir de combien d'articles de résultat est positif ?

b) Pour combien d'articles vendus le résultat est maximal ?

Fiche d'aide :

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 50] par :

$$f(x) = -x^3 + 76x^2 - 1250x - 200$$

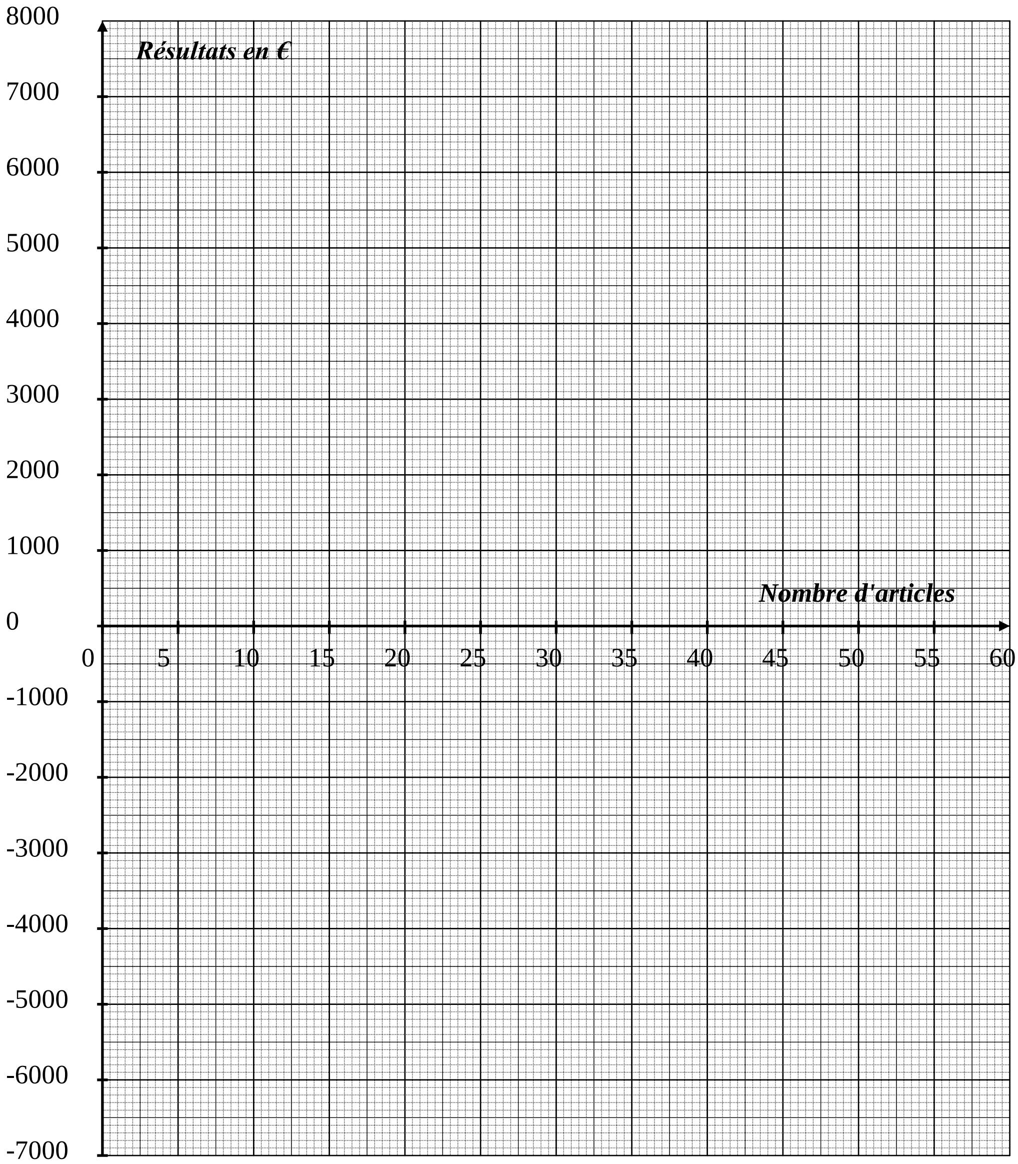
1) Déterminer *f'(x)* où *f'* désigne la fonction dérivée de la fonction *f*.
2) **Résoudre l'équation** $f'(x) = 0$ **soit** $-3x^2 + 152x - 1250 = 0$. Arrondir les résultats de x_1 et x_2 à 0,1 prés.
3) **Faire l'étude du signe de cette fonction**
4) **Remplir le tableau de variation suivant**

x	0	x_1 =	x_2 =	50
f '(x)				
f(x)				

5) **Remplir le tableau de valeur suivant** *(à l'aide de la calculatrice ou des ordinateurs)*

x	0	5	x_1=10,3	20	25	30	x_2=40,3	45	50
f(x)	-200								

6) **Tracer la courbe** *(dans le repère suivant ou à l'aide des ordinateurs)*



7) **Répondre alors aux deux questions initiales.**

Activité 2 :

Vous devez étudier les fonctions f(x) et g(x) définies sur l'intervalle d'étude [-5 ; 3] par les expressions :

$f(x) = 1x^3 + 3x^2 - 9x$ $\qquad$ $g(x) = -x^2 + 6$

1) **Donner la dérivée f'(x) de la fonction f.**

2) **Résoudre l'équation f'(x) = 0.**

3) **Les solutions de l'équation $3x^2 + 6x - 9 = 0$ sont $x_1 = -3$ et $x_2 = 1$. En utilisant ces données faites l'étude du signe de cette fonction sur l'intervalle choisi.**

4) Remplir le tableau de variation suivant :

x	-5	3
f'(x)		
f(x)		

5) Remplir le tableau de valeur suivant :

x	-5	-3	-1	0	1	2	3
f(x)							

6) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le repère de la page suivante.

7) Donner la dérivée g'(x) de la fonction g.

8) Résoudre l'équation g'x)= 0.

9) Faire l'étude du signe de cette fonction.

10) Remplir le tableau de variation suivant :

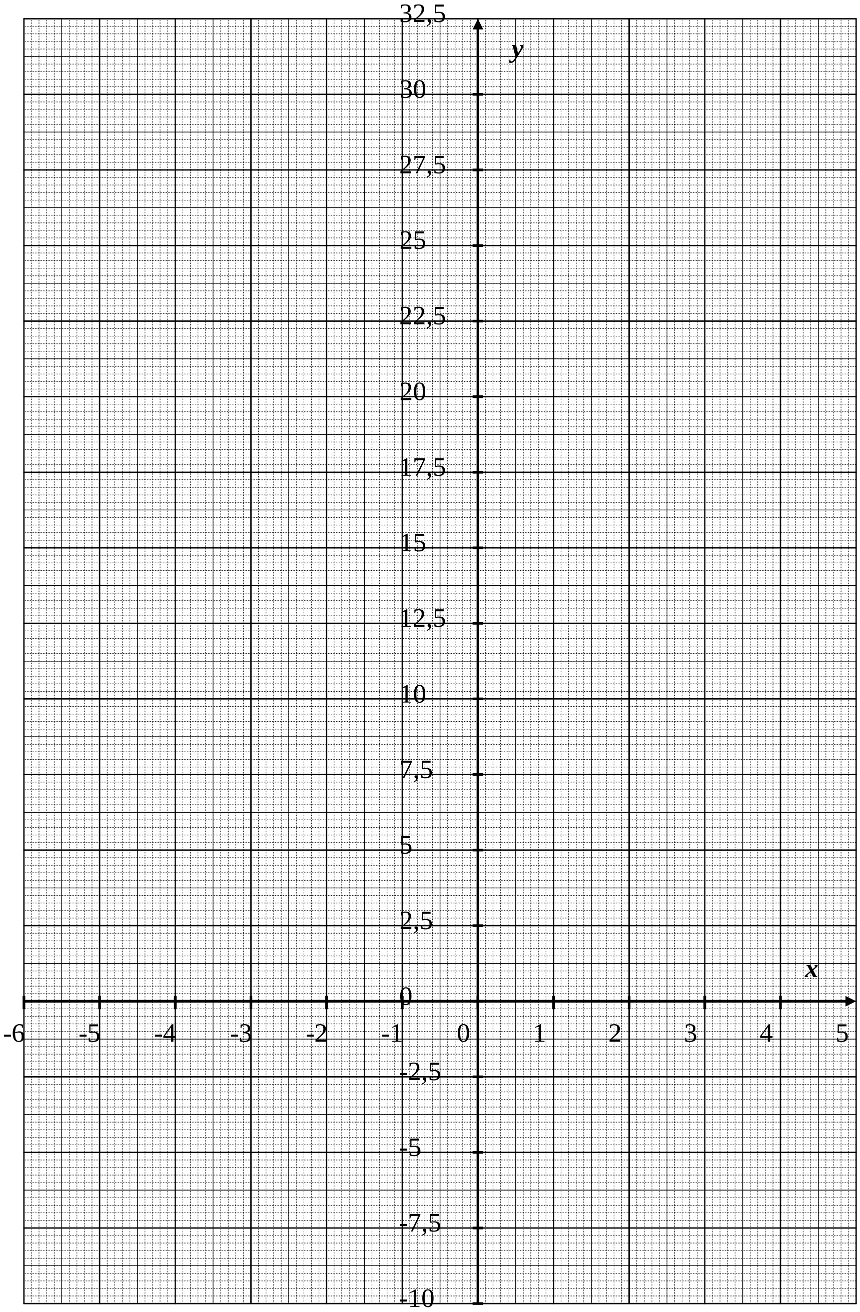
x	-5	3
g'(x)		
g(x)		

11) Remplir le tableau de valeur suivant :

x	-5	-3	-1	0	1	2	3
gx)							

12) Tracer la courbe représentative de la fonction g dans le même repère que la fonction f.

13) Donner les coordonnées des points d'intersection de ces deux fonctions.


y
32,5
30
27,5
25
22,5
20
17,5
15
12,5
10
7,5
5
2,5
0
x
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
-2,5
-5
-7,5
-10